

# Universität Siegen

Fachbereich 12 - Elektrotechnik und Informatik  
Fachgruppe Programmiersprachen (Prof. Dr. W. Merzenich)  
Simon Budig, Achim Hennings  
<http://www.informatik.uni-siegen.de/ps/>

## Algorithmen II Sommersemester 07

### Übungsblatt 12

#### Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe):

Wie in Blatt 10, Aufg. 3, betrachten wir den bipartiten Graph  $G = (V, E)$  mit Knotenmenge  $V = L \cup R$ . Für jede Teilmenge  $A \subseteq L$  sei  $B(A) := \{w \in R \mid \text{es gibt } v \in A \text{ mit } (v, w) \in E\}$ .

Dann gilt der sog. Heiratssatz: Es gibt eine Paarung  $M \subseteq E$  mit  $|M| = |L|$  genau dann, wenn für alle  $A \subseteq L$  gilt  $|B(A)| \geq |A|$ .

(Hinweis: Man kann die Kapazität von Schnitten abschätzen, was durch geschickte Wahl der Kantenkapazitäten besonders einfach wird.)

#### Aufgabe 2 (Präsenzaufgabe):

Warum wird die in der Vorlesung vorgestellte Klasse von Problemen mit „NP“ abgekürzt?

#### Aufgabe 3:

Man zeige die NP-Vollständigkeit der folgenden Probleme:

- (Teilgraph-Isomorphie-Problem) Gegeben sind die ungerichteten Graphen  $G_1, G_2$ . Gefragt ist, ob  $G_1$  isomorph zu einem Teilgraph von  $G_2$  ist. (Hinweis: Reduktion für das Cliques-Problem.)
- (Knoten-Überdeckungsproblem) Gegeben ist ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k$ . Gefragt ist, ob es eine Teilmenge  $W \subseteq V$  mit Anzahl  $|W| = k$  gibt, die zu jeder Kante  $e \in E$  mindestens einen Randknoten enthält. (Hinweis: Man betrachtet den komplementären Graph, der genau die Kanten besitzt, die nicht zu  $E$  gehören und reduziert das Cliques-Problem.)

#### Aufgabe 4:

Man zeige die NP-Vollständigkeit des folgenden 0-1-Erfüllbarkeitsproblems: Gegeben sind die ganzzahlige  $m \times n$ -Matrix  $A$  und das ganzzahlige  $m$ -Tupel  $b$ . Gefragt ist, ob es ein  $n$ -Tupel  $x \in \{0,1\}^n$  gibt mit  $Ax \geq b$  (d.h. die Ungleichung gilt für jede Komponente). (Hinweis: Reduktion für das KNF-SAT-Problem.)

#### Aufgabe 5:

- Das Butterfly-Schema benötigt die Umkehrung der Bit-Reihenfolge in den Indizes. Versuchen Sie, eine Anweisungsfolge mit möglichst wenigen Bit-Operationen (Und, Oder, XOR (jeweils bitweise), Links- und Rechtsshift etc.) zu finden, um einen 16-Bit-Index umzukehren.
- Wie sieht das Butterfly-Schema für die inverse schnelle Fourier-Transformation aus?