Typherleitung für die einfach getypte Sprache: *map*

(1) $\textbf{let rec}\ map = \lambda f : \alpha \to \beta.\ \lambda l : \alpha\,\textbf{list}.\ \textbf{if}\ l = [\,]\ \textbf{then}\ [\,]\ \textbf{else}\ f\ (hd\ l) :: map\ f\ (tl\ l)$
$\textbf{in}\ map\ (\lambda x.\ x < 2)\ [1; 2; 3]$
$:: \textbf{bool list}$

mit Regel (LETREC) aus (2) (15)

(2) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright$
$\lambda f : \alpha \to \beta.\ \lambda l : \alpha\,\textbf{list}.\ \textbf{if}\ l = [\,]\ \textbf{then}\ [\,]\ \textbf{else}\ f\ (hd\ l) :: map\ f\ (tl\ l) :: (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (INST) aus (3)

(3) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright$
$\lambda f : \textbf{int} \to \textbf{bool}.\ \lambda l : \textbf{int list}.\ \textbf{if}\ l = [\,]\ \textbf{then}\ [\,]\ \textbf{else}\ f\ (hd\ l) :: map\ f\ (tl\ l) :: (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (ABSTR-T) aus (4)

(4) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list},\ f : \textbf{int} \to \textbf{bool}] \triangleright$
$\lambda l : \textbf{int list}.\ \textbf{if}\ l = [\,]\ \textbf{then}\ [\,]\ \textbf{else}\ f\ (hd\ l) :: map\ f\ (tl\ l) :: \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (ABSTR-T) aus (5)

(5) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list},\ f : \textbf{int} \to \textbf{bool},\ l : \textbf{int list}] \triangleright$
$\textbf{if}\ l = [\,]\ \textbf{then}\ [\,]\ \textbf{else}\ f\ (hd\ l) :: map\ f\ (tl\ l) :: \textbf{bool list}$

mit Regel (COND) aus (6) (7) (8)

(6) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright l = [\,] :: \textbf{bool}$

mit Routine-Herleitung

(7) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright [\,] :: \textbf{bool list}$

mit Regel (EMPTY)

(8) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright f\ (hd\ l) :: map\ f\ (tl\ l) :: \textbf{bool list}$

mit Regel (CONS) aus (9) (10)

(9) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright f\ (hd\ l) :: \textbf{bool}$

mit Routine-Herleitung

(10) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright map\ f\ (tl\ l) :: \textbf{bool list}$

mit Regel (APP) aus (11) (14)

(11) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright map\ f :: \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (APP) aus (12) (13)

(12) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright map :: (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (ID)

(13) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright f :: \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (ID)

(14) $[map : \ldots, f : \ldots, l : \ldots] \triangleright tl\ l :: \textbf{int list}$

mit Routine-Herleitung

(15) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright map\ (\lambda x.\ x < 2)\ [1;\ 2;\ 3] :: \textbf{bool list}$

mit Regel (APP) aus (16) (20)

(16) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright map\ (\lambda x.\ x < 2) :: \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (APP) aus (17) (18)

(17) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright map :: (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}$

mit Regel (ID)

(18) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright \lambda x.\ x < 2 :: \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (ABSTR) aus (19)

(19) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list},\ x : \textbf{int}] \triangleright x < 2 :: \textbf{bool}$

mit Routine-Herleitung

(20) $[map : (\textbf{int} \to \textbf{bool}) \to \textbf{int list} \to \textbf{bool list}] \triangleright [1;\ 2;\ 3] :: \textbf{int list}$

mit Regel (LIST)