Typherleitung für die einfach getypte Sprache: Fakultätsfunktion

(1) $\textbf{let rec}\ fact = \lambda x.\ \textbf{if}\ x = 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ x * fact\ (x-1)\ \textbf{in}\ fact\ 5 :: \textbf{int}$

mit Regel (LETREC) aus (2) (21)

(2) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright \lambda x.\ \textbf{if} = x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else} * x\ (fact\ (-\ x\ 1)) :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ABSTR) aus (3)

(3) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright \textbf{if} = x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else} * x\ (fact\ (-\ x\ 1)) :: \textbf{int}$

mit Regel (COND) aus (4) (9) (10)

(4) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright = x\ 0 :: \textbf{bool}$

mit Regel (APP) aus (5) (8)

(5) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright = x :: \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (APP) aus (6) (7)

(6) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright = :: \textbf{int} \to \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (ROP)

(7) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(8) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright 0 :: \textbf{int}$

mit Regel (CONST) und (INT)

(9) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright 1 :: \textbf{int}$

mit Regel (CONST) und (INT)

(10) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright * x\ (fact\ (-\ x\ 1)) :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (11) (14)

(11) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright * x :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (12) (13)

(12) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright * :: \textbf{int} \to \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (AOP)

(13) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(14) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright fact\ (-\ x\ 1) :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (15) (16)

(15) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright fact :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(16) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright -\ x\ 1 :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (17) (20)

(17) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright -\ x :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (18) (19)

(18) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright - :: \textbf{int} \to \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (AOP)

(19) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(20) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}, x : \textbf{int}] \triangleright 1 :: \textbf{int}$

mit Regel (CONST) und (INT)

(21) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright fact\ 5 :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (22) (23)

(22) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright fact :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(23) $[fact : \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright 5 :: \textbf{int}$

mit Regel (CONST) und (INT)