Typechecking
Übung 7, Aufgabe 1

(1) $\textbf{let}\ y = \mathit{ref}\ (\lambda x :\ \textbf{int}.\ x)$
$\textbf{in}\ y := (\lambda x :\ \textbf{int}.\ \textbf{if}\ x = 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ x * !\,y\ (x-1));\ !\,y\ 2$
$::\ \textbf{int}$

per Definition des syntaktischen Zuckers aus (2)

(2) $\textbf{let}\ y = \mathit{ref}\ (\lambda x :\ \textbf{int}.\ x)$
$\textbf{in}\ :=\ y\ (\lambda x :\ \textbf{int}.\ \textbf{if}\ =\ x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\ x\ (!\,y\ (-\ x\ 1)));\ !\,y\ 2$
$::\ \textbf{int}$

mit Regel (LET) aus (3) (7)

(3) $\mathit{ref}\ (\lambda x :\ \textbf{int}.\ x) :: (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}$

mit Regel (APP) aus (4) (5)

(4) $\mathit{ref} :: (\textbf{int} \to \textbf{int}) \to (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}$

mit Regel (REF)

(5) $\lambda x :\ \textbf{int}.\ x :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ABSTR-T) aus (6)

(6) $[x :\ \textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(7) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}] \triangleright :=\ y\ (\lambda x :\ \textbf{int}.\ \textbf{if}\ =\ x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\ x\ (!\,y\ (-\ x\ 1)));\ !\,y\ 2 :: \textbf{int}$

mit Regel (SEQ) aus (8) (33)

(8) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}] \triangleright :=\ y\ (\lambda x :\ \textbf{int}.\ \textbf{if}\ =\ x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\ x\ (!\,y\ (-\ x\ 1))) :: \textbf{unit}$

mit Regel (APP) aus (9) (12)

(9) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}] \triangleright :=\ y :: (\textbf{int} \to \textbf{int}) \to \textbf{unit}$

mit Regel (APP) aus (10) (11)

(10) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}] \triangleright := :: (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref} \to (\textbf{int} \to \textbf{int}) \to \textbf{unit}$

mit Regel (ASSIGN)

(11) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}] \triangleright y :: (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}$

mit Regel (ID)

(12) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref}] \triangleright \lambda x :\ \textbf{int}.\ \textbf{if}\ =\ x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\ x\ (!\,y\ (-\ x\ 1)) :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ABSTR-T) aus (13)

(13) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright \textbf{if}\ =\ x\ 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\ x\ (!\,y\ (-\ x\ 1)) :: \textbf{int}$

mit Regel (COND) aus (14) (19) (20)

(14) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright =\ x\ 0 :: \textbf{bool}$

mit Regel (APP) aus (15) (18)

(15) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright =\ x :: \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (APP) aus (16) (17)

(16) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright = :: \textbf{int} \to \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (ROP)

(17) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(18) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright 0 :: \textbf{int}$

mit Regel (CONST) und (INT)

(19) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright 1 :: \textbf{int}$

mit Regel (CONST) und (INT)

(20) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright *\ x\ (!\,y\ (-\ x\ 1)) :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (21) (24)

(21) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright *\ x :: \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (22) (23)

(22) $[y :\ (\textbf{int} \to \textbf{int})\ \textbf{ref},\ x :\ \textbf{int}] \triangleright * :: \textbf{int} \to \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (AOP)

(23) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright x :: \mathbf{int}$
mit Regel (ID)

(24) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright !\,y\ (-\ x\ 1) :: \mathbf{int}$
mit Regel (APP) aus (25) (28)

(25) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright !\,y :: \mathbf{int} \to \mathbf{int}$
mit Regel (APP) aus (26) (27)

(26) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright !:: (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref} \to \mathbf{int} \to \mathbf{int}$
mit Regel (DEREF)

(27) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright y :: (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}$
mit Regel (ID)

(28) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright -\ x\ 1 :: \mathbf{int}$
mit Regel (APP) aus (29) (32)

(29) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright -\ x :: \mathbf{int} \to \mathbf{int}$
mit Regel (APP) aus (30) (31)

(30) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright - :: \mathbf{int} \to \mathbf{int} \to \mathbf{int}$
mit Regel (AOP)

(31) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright x :: \mathbf{int}$
mit Regel (ID)

(32) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref},\ x : \mathbf{int}] \triangleright 1 :: \mathbf{int}$
mit Regel (CONST) und (INT)

(33) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}] \triangleright !\,y\ 2 :: \mathbf{int}$
mit Regel (APP) aus (34) (37)

(34) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}] \triangleright !\,y :: \mathbf{int} \to \mathbf{int}$
mit Regel (APP) aus (35) (36)

(35) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}] \triangleright !:: (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref} \to \mathbf{int} \to \mathbf{int}$
mit Regel (DEREF)

(36) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}] \triangleright y :: (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}$
mit Regel (ID)

(37) $[y : (\mathbf{int} \to \mathbf{int})\,\mathbf{ref}] \triangleright 2 :: \mathbf{int}$
mit Regel (CONST) und (INT)