

## Grundlagen der Theoretischen Informatik

### Übungsblatt 3

*Reden führt zu unklaren, undeutlichen Dingen*

George W. Bush,  
Präsident der Vereinigten Staaten von Amerika

#### Aufgabe 1

Sei  $v \in \Sigma^*$  ein Wort über einem endlichen Alphabet  $\Sigma$ .

- Wie viele Elemente hat die Menge der Anfangsstücke (Anfangswörter) von  $v$ ?
- Wie viele Elemente hat die Menge der Teilwörter von  $v$  höchstens? Warum wird dieser Wert nicht in jedem Fall erreicht? Beispiel?

#### Aufgabe 2

Um Wörter über dem Alphabet  $\{0, 1\}$  als Binärdarstellungen natürlicher Zahlen interpretieren zu können, definieren wir die Funktion

$$\beta : \{0, 1\}^* \rightarrow \mathbb{N}, a_1 \dots a_n \mapsto \sum_{i=1}^n a'_i \cdot 2^{n-i}$$

wobei  $a'_i \in \mathbb{N}$  mit  $a'_i = 0$ , falls  $a_i = 0$ , und  $a'_i = 1$ , falls  $a_i = 1$ .

- Geben Sie eine induktive Definition der Funktion  $\beta$  an.
- Gibt es eine Verknüpfung  $\diamond : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so dass

$$\beta(vw) = \beta(v) \diamond \beta(w)$$

für alle Wörter  $v, w \in \{0, 1\}^*$  gilt? Ist  $(\mathbb{N}, \diamond)$  eine Halbgruppe? Gibt es ein neutrales Element?

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ ist Binärdarstellung einer geraden Zahl}\}$$

regulär ist.

Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- Formulieren Sie eine Idee, wie ein deterministischer endlicher Automat erkennen kann, dass ein Wort Binärdarstellung einer geraden Zahl ist.
- Geben Sie einen endlichen Automaten  $A$  an, der diese Idee implementiert.
- Führen Sie den formalen Korrektheitsbeweis, zeigen Sie also, dass  $L_3 = L(A)$  gilt.

### Aufgabe 4

Gegeben sei der endliche Automat  $A = (\{0, 1\}, \{q_0, \dots, q_4\}, q_0, \{q_2\}, \delta)$  mit

$\delta$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$
0	$q_0$	$q_2$	$q_4$	$q_1$	$q_3$
1	$q_1$	$q_3$	$q_0$	$q_2$	$q_4$

- Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm.
- Bestimmen Sie die erkannte Sprache.
- Beweisen Sie Ihre Vermutung.

DOWNLOAD VON VORLESUNGSFOLIEN: <http://tinyurl.com/6levq>

BITTE BEACHTEN SIE,

- DASS DIE FOLIEN KEIN SKRIPT DARSTELLEN UND DEN VORLESUNGSBESUCH ERGÄNZEN ABER NICHT ERSETZEN UND
- DASS VORAB VERÖFFENTLICHTE FOLIEN EVENTUELL NOCH AKTUALISIERT WERDEN UND DER TATSÄCHLICHE VORLESUNGSTOFF ABWEICHEN KANN.