

# Logik in der Informatik (SS 2004)

## Übungsblatt 2

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Klasse der in einer Struktur  $\mathcal{A}$  definierbaren Relationen gegen

- a. Durchschnitt
- b. Vereinigung
- c. Komplement
- d. kartesisches Produkt

abgeschlossen ist.

### Aufgabe 2

Zeigen Sie: Wenn die Funktionen  $f, g$  und die Relation  $R$  in der Struktur  $\mathcal{A}$  definierbar sind, dann sind auch

- a.  $f \circ g$
- b.  $f(R)$
- c.  $f^{-1}(R)$

in  $\mathcal{A}$  definierbar.

### Aufgabe 3

Die Signatur  $S$  enthalte nur das zweistellige Relationszeichen  $<$ . Geben Sie eine Formel über  $S$  an, die nur Modelle mit unendlicher Trägermenge besitzt.

### Aufgabe 4

Seien  $\mathcal{N}, \mathcal{Z}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}$  die üblichen Strukturen der natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen über der Signatur  $S_{Ar}^<$ . In welchen dieser Strukturen sind die folgenden Formelmengen erfüllbar?

- a.  $\Phi_1 = \{v_i < v_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$
- b.  $\Phi_2 = \{v_{i+1} < v_i \mid i \in \mathbb{N}\}$
- c.  $\Phi_3 = \{v_{2i} < v_{2i+1} \wedge v_{2i} < v_{2i+2} \wedge v_{2i+3} < v_{2i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$
- d.  $\Phi_4 = \{\exists v_0. v_0 * v_0 \equiv 2\}$

### Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass für die in der Vorlesung definierten Formeln *symm*, *refl* und *trans* gilt:

- a.  $\{refl, symm\} \not\models trans$
- b.  $\{refl, trans\} \not\models symm$

TERMINE:

VORLESUNG:	Mo 10:30–12:00	H-C 3303
UND	Di 14:15–15:45	H-C 5324
ÜBUNG	Di 16–18	H-A 8107