Leitfaden zur Prüfungsvorbereitung:
Logik in der Informatik SS 2003

Vorbemerkung:

Es handelt sich im folgenden nicht um einen vollständigen Fragenkatalog, sondern um einen “Leitfaden” zur Prüfungsvorbereitung, d.h. in der Prüfung können durchaus auch andere Fragen gestellt werden, oder sie können in anderer Form gestellt werden, oder es wird bei manchen Fragen nachgehakt, nach Beispielen bzw. Gegenbeispielen gefragt ...

I. Grundlagen

Die folgenden Begriffe und Ergebnisse dienen als *Grundlage* des Prüfungsgesprächs, d.h. sie werden entweder stillschweigend vorausgesetzt oder in der ‘Aufwärmphase’ abgefragt.

Syntaktische Grundbegriffe

Variablenmenge X, Signatur S, induktive Definition von Termen $t \in T^S$ und Formeln $\varphi \in L^S$, frei vorkommende Variablen free(φ), abgeschlossene Formeln, Substitution

Semantische Grundbegriffe

Struktur $\mathcal{A}$, Trägermenge A, Belegung β, Interpretation $\mathcal{I}$, induktive Definition der Semantik von Termen und Formeln, Gültigkeit, Modelle, Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, logische Folgerung, logische Äquivalenz, Isomorphie, Definierbarkeit von Relationen bzw. Funktionen

Grundlegende Ergebnisse

Zusammenhang zwischen logischer Folgerung und Erfüllbarkeit, Koinzidenzlemma, Substitutionslemma, Isomorphielemma

II. Sequenzenkalkül

Was ist eine Sequenz?
Einige (interessante) Regeln und abgeleitete Regeln des Sequenzenkalküls sollte man kennen, und verstehen, in welchen Situationen sie angewendet werden.
Was bedeutet Ableitbarkeit einer Sequenz: $\vdash \Gamma\varphi$?
Ableitbarkeit einer Formel aus einer Formelmenge: $\Phi \vdash \varphi$?
Was versteht man unter Korrektheit/Vollständigkeit des Kalküls?
Wie beweist man die Korrektheit des Kalküls?
Widerspruchsfreie/widerspruchsvolle Formelmengen.
Was kann man aus einer widerspruchsvollen Formelmenge ableiten?
Welcher Zusammenhang besteht zwischen “ableitbar” und “widerspruchsvoll”?

III. Vollständigkeit des Sequenzenkalküls

Man sollte die große Linie des Vollständigkeitsbeweises kennen:

1. Zurückführung der Vollständigkeit des Kalküls auf die Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Formelmengen.

2. Definition der Termstruktur $\mathcal{T}^{\Phi}$.
   Ist $\mathcal{T}^{\Phi}$ immer ein Modell von Φ?
   Satz von Henkin

3. Wie benutzt man den Satz von Henkin zum Beweis der Erfüllbarkeit einer widerspruchsfreien Formelmenge Φ?

IV. Grenzen der Ausdruckskraft

Kompaktheitssatz mit Beweis und Anwendungsbeispiel(en)
Satz von Löwenheim/Skolem mit Beweis und Anwendungsbeispiel(en)
Elementare und Δ-elementare Klassen mit Beispielen/Gegenbeispielen
Elementare Äquivalenz, Nichtstandardmodell der Arithmetik

V. Grenzen der formalen Beweismethode

Theorien, axiomatisierbare, endlich axiomatisierbare, vollständige Theorien
Satz: Axiomatisierbare Theorien sind rekursiv aufzählbar (Beweis? Beispiel?)
Satz: Vollständige axiomatisierbare Theorien sind entscheidbar (Beweis? Beispiel?)
Satz: Die Arithmetik ist unentscheidbar (mit Beweisidee)
Welche Mengen/Funktionen sind in der Arithmetik (d.h. in der Struktur $\mathcal{N}$) definierbar?
Beispiel einer in $\mathcal{N}$ *nicht* definierbaren Menge (mit Beweisidee)

VI. Prädikatenlogik zweiter Stufe

Wie werden Syntax und Semantik gegenüber der ersten Stufe erweitert?
Welche Eigenschaften von Strukturen kann man jetzt formulieren, die man in erster Stufe nicht formulieren konnte?
Welche Sätze gelten noch, welche gelten nicht mehr?
Gibt es auch hier Grenzen der Ausdruckskraft?