Typechecking
ggT mit einem Argument vom Produkttyp

(1) $\textbf{let fun } gcd\ (x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}) : \textbf{int} =$
$\quad \textbf{if } y = 0 \textbf{ then } x \textbf{ else } gcd\ (y,\ x \textbf{ mod } y)$
$\textbf{in } gcd\ (4,\ 10)$
$\textbf{end}$
$:: \textbf{int}$

per Defintion des syntaktischen Zuckers aus (2)

(2) $\textbf{let val } gcd = \textbf{rec } gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}.$
$\quad \lambda(x{:}\textbf{int}, y{:}\textbf{int}).\ \textbf{if } = (y,\ 0) \textbf{ then } x \textbf{ else } gcd\ (y,\ \textbf{mod}\ (x,\ y))$
$\textbf{in } gcd\ (4,\ 10)$
$\textbf{end}$
$:: \textbf{int}$

mit Regel (LET-VAL) aus (3) (21)

(3) $\textbf{rec } gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}.$
$\quad \lambda(x{:}\textbf{int}, y{:}\textbf{int}).\ \textbf{if } = (y,\ 0) \textbf{ then } x \textbf{ else } gcd\ (y,\ \textbf{mod}\ (x,\ y))$
$:: \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (REC) aus (4)

(4) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright \lambda(x{:}\textbf{int}, y{:}\textbf{int}).\ \textbf{if } = (y,\ 0) \textbf{ then } x \textbf{ else } gcd\ (y,\ \textbf{mod}\ (x,\ y)) :: \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit der abgeleitetten Regel (ABSTR-n) aus (5)

(5) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright \textbf{if } = (y,\ 0) \textbf{ then } x \textbf{ else } gcd\ (y,\ \textbf{mod}\ (x,\ y)) :: \textbf{int}$

mit Regel (COND) aus (6) (11) (12)

(6) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright = (y,\ 0) :: \textbf{bool}$

mit Regel (APP) aus (7) (8)

(7) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright = :: \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (EQ)

(8) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright (y,\ 0) :: \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (9) (10)

(9) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright y :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(10) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright 0 :: \textbf{int}$

mit Regel (INT)

(11) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(12) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright gcd\ (y,\ \textbf{mod}\ (x,\ y)) :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (13) (14)

(13) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright gcd :: \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(14) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright (y,\ \textbf{mod}\ (x,\ y)) :: \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (15) (16)

(15) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright y :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(16) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright \textbf{mod}\ (x,\ y) :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (17) (18)

(17) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright \textbf{mod} :: \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (AOP)

(18) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright (x,\ y) :: \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (19) (20)

(19) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright x :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(20) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int},\ x{:}\textbf{int},\ y{:}\textbf{int}] \triangleright y :: \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(21) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright gcd\ (4,\ 10) :: \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (22) (23)

(22) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright gcd :: \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(23) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright (4,\ 10) :: \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (24) (25)

(24) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright 4 :: \textbf{int}$

mit Regel (INT)

(25) $[gcd{:}\textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright 10 :: \textbf{int}$

mit Regel (INT)