Typechecking

Die Fakultätsfunktion mit der fun-Schreibweise

(1) $\textbf{let fun}\ fact\ (x\,{:}\,\textbf{int})\,{:}\,\textbf{int} =$
$\quad\textbf{if}\ x = 0\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ x * fact\ (x-1)$
$\textbf{in}\ fact\ 3$
$\textbf{end}$
$::\ \textbf{int}$

per Defintion des syntaktischen Zuckers aus (2)

(2) $\textbf{let val}\ fact = \textbf{rec}\ fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int}.$
$\quad\lambda\, x\,{:}\,\textbf{int}.\ \textbf{if}\ =(x,\,0)\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\,(x,\,fact\ (-\,(x,\,1)))$
$\textbf{in}\ fact\ 3$
$\textbf{end}$
$::\ \textbf{int}$

mit Regel (LET-VAL) aus (3) (23)

(3) $\textbf{rec}\ fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int}.$
$\quad\lambda\, x\,{:}\,\textbf{int}.\ \textbf{if}\ =(x,\,0)\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\,(x,\,fact\ (-\,(x,\,1)))$
$::\ \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (REC) aus (4)

(4) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright \lambda\, x\,{:}\,\textbf{int}.\ \textbf{if}\ =(x,\,0)\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\,(x,\,fact\ (-\,(x,\,1)))\ ::\ \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ABSTR) aus (5)

(5) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright \textbf{if}\ =(x,\,0)\ \textbf{then}\ 1\ \textbf{else}\ *\,(x,\,fact\ (-\,(x,\,1)))\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (COND) aus (6) (11) (12)

(6) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright\ =(x,\,0)\ ::\ \textbf{bool}$

mit Regel (APP) aus (7) (8)

(7) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright\ =\ ::\ \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{bool}$

mit Regel (EQ)

(8) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright (x,\,0)\ ::\ \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (9) (10)

(9) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright x\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(10) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright 0\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (INT)

(11) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright 1\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (INT)

(12) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright *\,(x,\,fact\ (-\,(x,\,1)))\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (13) (14)

(13) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright *\ ::\ \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (AOP)

(14) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright (x,\,fact\ (-\,(x,\,1)))\ ::\ \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (15) (16)

(15) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright x\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(16) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright fact\ (-\,(x,\,1))\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (17) (18)

(17) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright fact\ ::\ \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(18) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright -\,(x,\,1)\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (19) (20)

(19) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright -\ ::\ \textbf{int} * \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (AOP)

(20) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright (x,\,1)\ ::\ \textbf{int} * \textbf{int}$

mit Regel (TUPLE) aus (21) (22)

(21) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright x\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(22) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int},\ x\,{:}\,\textbf{int}] \triangleright 1\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (INT)

(23) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright fact\ 3\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (APP) aus (24) (25)

(24) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright fact\ ::\ \textbf{int} \to \textbf{int}$

mit Regel (ID)

(25) $[fact\,{:}\,\textbf{int} \to \textbf{int}] \triangleright 3\ ::\ \textbf{int}$

mit Regel (INT)