

Theorie der Programmierung (WS 2003/04)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1

Was sagen die folgenden Formeln über das Programm e aus?

- a. $e \{\mathbf{returns} \ x : \tau. \mathit{true}\}$
- b. $e \{\mathbf{returns} \ x : \tau. \mathit{false}\}$
- c. $e \{\mathbf{returns} \ x : \mathbf{bool}. x\}$
- d. $e \{\mathbf{returns} \ x : \mathbf{bool}. \neg x\}$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden abgeleiteten Regeln mit dem Kalkül.

$$(\text{GEN}') \quad \frac{p}{\forall x : \pi. p}$$

$$(\forall\text{-RENAME}) \quad (\forall x : \pi. p) \Rightarrow (\forall y : \pi. p[y/x]) \quad \text{falls } y \notin \mathit{free}(p)$$

$$(\text{SYMM}) \quad \forall x : \pi, y : \pi. x = y \Rightarrow y = x$$

$$(\text{TRANS}) \quad \forall x : \pi, y : \pi, z : \pi. x = y \wedge y = z \Rightarrow x = z$$

$$(\text{OR}) \quad e \{\mathbf{returns} \ x : \tau. p\} \vee e \{\mathbf{returns} \ x : \tau. q\} \Rightarrow e \{\mathbf{returns} \ x : \tau. p \vee q\}$$

$$(\text{EXISTS}) \quad (\exists x : \pi. e \{\mathbf{returns} \ y : \tau. p\}) \Rightarrow e \{\mathbf{returns} \ y : \tau. \exists x : \pi. p\} \\ \text{falls } x \notin \mathit{free}(e)$$

Aufgabe 3

Denken Sie sich selbst abgeleitete Regeln zum Beweis der totalen Korrektheit der folgenden Ausdrücke aus und beweisen Sie sie im Kalkül.

- a. $e_1 \mathbf{andalso} e_2$
- b. $e_1 \mathbf{orelse} e_2$
- c. $e_0(e_1, \dots, e_n)$

Aufgabe 4

Beweisen Sie die folgende Formel in unserem Kalkül.

```
 $\forall x:\mathbf{int}. x \geq 0 \Rightarrow$   
let fun even (x:int): bool = (x = 0) orelse odd (x - 1)  
  and odd (x:int): bool = not (x = 0) andalso even (x - 1)  
in even x  
end  
{returns b:bool. b = ( $\exists y:\mathbf{int}. x = 2 * y$ )}
```