Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

Hannes Diener
Kurt Sieber

Grundlagen der Theoretischen Informatik

Klausur

16. September 2013

Name, Vorname: ______________________ Matr. Nr.: ______________

- Die Klausur hat einen Umfang von 11 Aufgaben auf 4 Seiten (einschließlich dieser Titelseite). Bitte überzeugen Sie sich von der Vollständigkeit Ihres Exemplars.
- Zur Lösung der Aufgaben steht Ihnen eine Bearbeitungszeit von 3 Stunden zur Verfügung. Es sind 180 Punkte erreichbar.
- Bitte versehen Sie jedes Blatt Ihrer Lösung mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Geben Sie auch dieses Titelblatt mit ab.
- Verwenden Sie nur dokumentenechte Schreibwerkzeuge, also insbesondere keine Bleistifte. Schreiben Sie nicht in rot.
- Bitte lesen Sie alle Aufgabenstellungen *vor* der Bearbeitung vollständig durch.

Erklärung

(Bitte ausfüllen)

☐ Ja, ich wünsche eine Veröffentilichung meines Klausurergebnisses im Internet (in der Form Matr. Nr.: Note)

☐ Nein, ich wünsche keine Veröffentilichung meines Klausurergebnisses im Internet.

Aufgabe 1 (20 Punkte)
Sei $L = \{a^n b^{n \,\mathbf{mod}\, 2} \mid n \in \mathbb{N}\}$

a. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an mit $L = L(\alpha)$.

b. Geben Sie einen DEA A an mit $L = L(A)$.

Begründen Sie zunächst intuitiv, warum $L = L(A)$ gilt. Dazu sollten Sie angeben, welche Information sich Ihr DEA in seinem aktuellen Zustand "merkt".

c. Beweisen Sie, dass tatsächlich $L = L(A)$ gilt.

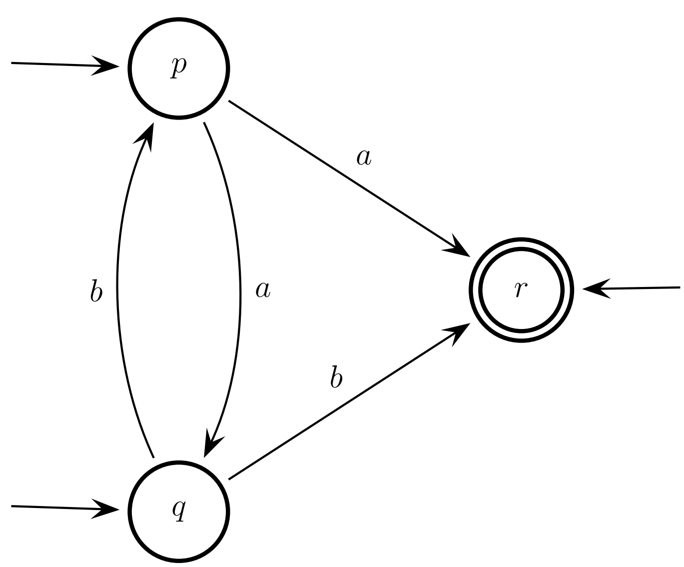
d. Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G an mit $L = L(G)$.

Aufgabe 2 (16 Punkte)
Sei $L = \{waw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$.

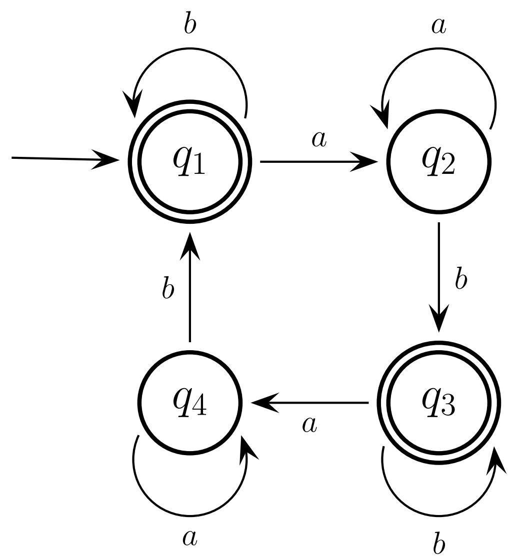
a. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass L nicht regulär ist.

b. Beweisen Sie mit dem Satz von Myhill-Nerode (oder ausführlicher: mit dem Schubfachprinzip), dass L nicht regulär ist.

Aufgabe 3 (10 Punkte)
Konstruieren Sie den erreichbaren Teil des Potenzautomaten zu folgendem NDEA



Aufgabe 4 (10 Punkte)
Minimieren Sie den folgenden DEA mit dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus. Begründen Sie dabei die einzelnen Schritte des Algorithmus.



Aufgabe 5 (16 Punkte)
Sei $L = \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m \neq n\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die die Sprache L erzeugt. Begründen Sie zunächst in Worten, warum $L = L(G)$ gilt und führen Sie anschließend einen Beweis.

Aufgabe 6 (16 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^n b^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 7 (20 Punkte)
Sei $L = \{a^m b^n c^{m+n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$. Zeigen Sie, dass L eine deterministisch kontextfreie Sprache ist. Formulieren Sie dazu zunächst die Behauptung, die Sie beweisen müssen. Führen Sie anschließend den Beweis Ihrer Behauptung durch oder begründen Sie zumindest in Worten, warum Ihre Behauptung gilt.

Aufgabe 8 (18 Punkte)
Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die bei Eingabe einer natürlichen Zahl n in Binärzahldarstellung in einer akzeptierenden Rechnung mit Ausgabe $n+1$ in Binärzahldarstellung endet.

Erklären Sie auch (nachvollziehbar) die Idee hinter Ihrer Konstruktion.

Aufgabe 9 (18 Punkte)
Schreiben Sie ein `WHILE`-Programm, das die charakteristische Funktion der ungeraden natürlichen Zahlen berechnet.

(Sie dürfen dazu den in der Vorlesung eingeführten syntaktischen Zucker benutzen, aber *nicht* die Teilprogramme, die in den Übungen eingeführt wurden.)

Aufgabe 10 (18 Punkte)
Zeigen Sie, dass es keine totale universelle Funktion geben kann; d.h. es gibt keine totale μ-rekursive Funktion $v : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, so dass es für jede totale μ-rekursive Funktion $h : \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$ einen Index e gibt mit

$$v(e, \langle x_1, \ldots, x_k \rangle) = h(x_1, \ldots, x_k)$$

Aufgabe 11 (18 Punkte)
Zeigen Sie mit Hilfe des s-m-n–Theorems, dass es eine Funktion $g : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ gibt, so dass

$$u(g(i,j), \cdot) = u(i, \cdot) + u(j, \cdot) \ .$$