

# Grundlagen der Theoretischen Informatik

## Sommersemester 2013

### Übungsblatt 8

#### Aufgabe 1

Wie wir in der Vorlesung gesehen haben, ist die Menge der Funktionen  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  überabzählbar.

- a. Ändern Sie das dortige Argument so ab, daß es zeigt, daß sogar schon die Menge aller Funktionen  $\mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$  überabzählbar ist.
- b. Zeigen Sie, daß die Menge aller Teilmengen von  $\mathbb{N}$  überabzählbar ist. Nehmen Sie hierfür an, daß es eine Aufzählung  $A_1, A_2, \dots$  aller Teilmengen von  $\mathbb{N}$  gibt und betrachten  $B = \{n \mid n \notin A_n\}$
- c. Was haben die beiden oberen Teilaufgaben gemeinsam?

#### Aufgabe 2

Geben Sie eine Turing-Maschine an, die ein Eingabewort  $w$  verdoppelt; also  $ww$  als Ausgabe hat. (D.h. realisieren Sie die Idee zu  $M_3$  aus der Vorlesung.)

#### Aufgabe 3

Konstruieren Sie „die“ Turingmaschine  $T_{bin?}$  aus der Vorlesung.

#### Aufgabe 4

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die die Funktion  $f_- : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definiert durch  $f_-(n) = \max\{0, n - 1\}$  berechnet.

### Aufgabe 5

In der Vorlesung haben wir den folgenden Satz kennengelernt:

**Satz.** Seien für  $i = 1, 2$   $T_i = (Q_i, \Sigma, \Gamma, B, s_i, F_i, \delta_i)$ .

Des Weiteren nehmen wir an, daß jede akzeptierende Berechnung von  $T_1$  in einer Konfiguration der Form  $(\alpha, q, a_1 a_2 \dots a_n \beta)$  endet, wobei  $\alpha, \beta \in B^*$  und  $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$ .

Dann gilt

$$\llbracket T_1; T_2 \rrbracket = \llbracket T_2 \rrbracket \circ \llbracket T_1 \rrbracket .$$

Zeigen Sie, daß die umrandete Bedingung notwendig ist.