Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Compilerbau und Softwareanalyse

Kurt Sieber
Philipp Reh

Grundlagen der Theoretischen Informatik
Sommersemester 2013

Übungsblatt 7

Aufgabe 1
Sei $G = (\Sigma, N, S, P)$ eine kontextfreie Grammatik und sei $A \in N$. A heißt *erreichbar*, wenn $\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$ existieren mit $S \Rightarrow^* \alpha A \beta$. A heißt *produktiv*, wenn ein $w \in \Sigma^*$ existiert mit $A \Rightarrow^* w$. Geben Sie jeweils einen Algorithmus an, der zu jeder kontextfreien Grammatik G

a. die Menge der erreichbaren Nichtterminalzeichen berechnet,

b. die Menge der produktiven Nichtterminalzeichen berechnet,

c. testet ob $L(G) = \emptyset$ ist (und zwar effizienter als der in der Vorlesung angegebene Algorithmus),

d. eine zu G äquivalente Gramamtik G' liefert, in der alle Nichtterminalzeichen erreichbar und produktiv sind.

Wenden Sie Ihre Algorithmen auf die Grammatik $G = (\Sigma, N, S, P)$ an mit

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{a, b\} \\ N &= \{S, A, B, C, D\} \\ P &= \{S \to aA,\ S \to Bb,\ C \to a,\ B \to b,\ A \to aBAD,\ A \to SBBb\} \end{aligned}$$

Aufgabe 2
Eine alternative, in der Literatur verbreitete Definition von Kellerautomaten ist die folgende:

Ein Kellerautomat ist ein Tupel $M = (\Sigma, \Gamma, Q, s, F, \#, \Delta)$ wobei

- Σ, Γ, Q, s, F wie in der Vorlesung definiert sind,
- $\#$ ein spezielles Symbol in Γ ist, das sogenannte *Kellerbodensymbol*,
- $\Delta \subseteq (Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma) \times (Q \times \Gamma^*)$.

Wir bezeichnen einen solchen Kellerautomaten M als *eingeschränkten* Kellerautomaten und betrachten für ihn drei unterschiedliche Versionen des Akzeptierens, nämlich

- die *durch Endzustände akzeptierte Sprache*

$$L_f(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists\, f \in F, \gamma \in \Gamma^*.\ (s, w, \#) \vdash_M^* (f, \varepsilon, \gamma)\}$$

- die *durch leeren Keller akzeptierte Sprache*

$$L_\varepsilon(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists\, q \in Q.\ (s, w, \#) \vdash_M^* (q, \varepsilon, \varepsilon)\}$$

- die durch *Endzustände und leeren Keller akzeptierte Sprache*

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists\, f \in F.\ (s, w, \#) \vdash_M^* (f, \varepsilon, \varepsilon)\}$$

Machen Sie sich zunächst klar, worin die Unterschiede zu den in der Vorlesung definierten Kellerautomaten bestehen und warum man hier ein Kellerbodensymbol benötigt. Zeigen Sie dann, dass die folgenden vier Aussagen äquivalent zueinander sind.

a. L ist kontextfrei.

b. $L = L_f(M)$ für einen eingeschränkten Kellerautomaten M.

c. $L = L_\varepsilon(M)$ für einen eingeschränkten Kellerautomaten M.

d. $L = L(M)$ für einen eingeschränkten Kellerautomaten M.

(Hinweis: Um von **a.** auf die übrigen Aussagen zu schließen, genügt es jeweils den Beweis zu Satz 2.58 ein wenig abzuändern.)